

SEB Kap. III „Anwendung des Ableitungsbegriffs“

Mathematik E; 2017

Verfahren: Um Ihre Kenntnisse und Fähigkeiten zu diesem Thema besser einschätzen zu können, bearbeiten Sie bitte **zuerst** die Aufgaben des **Übungstests** alleine. Vergleichen Sie anschließend Ihre Ergebnisse mit den Kontrolllösungen und führen Sie Ihre Selbsteinschätzung durch. Die in der zweiten Spalte angegebenen Aufgaben wurden teilweise bereits bearbeitet. Gut verstandene Aufgaben brauchen nicht ein zweites Mal bearbeitet zu werden.

Themenübersicht und Selbsteinschätzung

	Aufgaben (Kapitel/Nr.)	Diese Aspekte beherrsche ich und kann	++	±	--
1	S. 122 - 124 Üb. 4	- Steigungs- und Monotonieverhalten von Funktionsgraphen erkennen, berechnen und angeben.			
2	S. 125 - 126 Üb.1 – 3	- Potenz-, Summen-, Faktor- und Potenzregel für rationale Exponenten auch für Funktionen mit Parametern mehrfach anwenden.			
3	S. 127 - 129 Üb. 5	- das Krümmungsverhalten von Funktionsgraphen erkennen, bestimmen und angeben.			
4	S. 130 - 135; Üb. 3 - 4	- Extrem- und Sattelpunkte auch für Funktionen mit Parametern mit Hilfe von Ableitungen berechnen.			
5	S. 136 - 140, Üb. 4, 8b Üb. 9	- Wendepunkte auch für Funktionen mit Parametern mit Hilfe von Ableitungen berechnen. - Wendepunkte in Sachzusammenhängen interpretieren und berechnen.			
6	S. 141 - 153 Üb. 2, 10, 22, 29	- Funktionsuntersuchungen für ganzrationale und nicht-ganzrationale Funktionen durchführen. - Gleichungen von Tangenten und Normalen bestimmen.			
7	S. 154 - 160 Üb. 9	- Kurvenuntersuchungen bei realen Prozessen durchführen und die Ergebnisse interpretieren .			
8	S. 164 - 179 Üb. 6, 24	- Extremalprobleme für Längen, Flächen- Volumen, Kosten mit Nebenbedingungen lösen.			
9	180 – 188 Üb. 1, 7, 12	- Funktionen zu vorgegebenen Eigenschaften bestimmen. - „ Steckbriefaufgaben “ und „ Modellierungsaufgaben “ lösen			

Vermischte Übungen: S. 124, 140, 145; 151, 153, 159/160, 111-113; 175, 177-179; 183; 186 - 188
Überblick S. 189 - 191 **Tests:** S. 162/194

Lösungen: 1) a) $0 < x < 2$ b) $-2 < x < 0$ und $0 < x < 2$, c) $(-\infty, -a) \cup (0; a)$
2) a) (1) $f'(x) = 12x^2 - 6x$, (2) $4x^3 - 12ax^2$, (3) $\frac{7,5}{x^{2,5}}$; b) (1) $f(x) = 0,5x^4$, (2) $f(x) = 0,5ax^3 + 2x^2$
3) a) $I = (-\infty, 0)$, b) $I = (0, \infty)$
4) (1) HP(0/0), TP(2/-4), kein SP (2) TP(2a/-16a³) SP(0/0) kein HP (3) Nur TP(1/3)
5) (1) WP₁(-2|- $\frac{8}{3}$), WP₂(-2|- $\frac{8}{3}$), (2) WP(2/0) (3) WP($\frac{4}{3a}$ |- $\frac{128}{27a^2}$)
6) a) keine Sym. N₁(0/0), N₂(3/0)=TP, HP(1/2), WP(2/1) b) Pktsym. HP(-2/-2), TP(2/2)
7) t = 6 (h) 8) P($\frac{16}{3}$)
9) f(x) = $-\frac{1}{2}x^2 - x - 4$; a) f(x) = $\frac{1}{11}x^3 - \frac{12}{11}x^2 + \frac{21}{11}x + \frac{56}{11}$; b) t(x) = $-\frac{27}{11}x + \frac{120}{11}$

Rechnen Sie auf einem Blatt und notieren Sie hier **nur** die Ergebnisse.

<p>1) Monotonieverhalten: Gegeben ist die Funktion a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 10$ b) $f(x) = x + \frac{4}{x}$ c) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - a^2x^2, a > 0$ Bestimmen Sie die Bereiche, in denen die Funktion f streng monoton fällt. Lösung: a) b) c)</p>	<p>(3) <input type="checkbox"/> (3) <input type="checkbox"/> (3) <input type="checkbox"/></p>
<p>2) Ableitungen und höhere Ableitungen a) Berechnen Sie die 2. Ableitung von (1) $f(x) = x^4 - x^3$ (2) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - ax^4$ (3) $f(x) = \frac{10}{\sqrt{x}}$ Lösungen: (1) $f''(x) =$ (2) $f''(x) =$ (3) $f''(x) =$ b) Geben Sie jeweils eine Funktion f an, die die gegebenen Ableitung besitzt: (1) $f''(x) = 12x \Rightarrow f(x) =$ (2) $f''(x) = 3ax + 4 \Rightarrow f(x) =$</p>	<p>(6) <input type="checkbox"/> (4) <input type="checkbox"/></p>
<p>3) Krümmung und zweite Ableitung Gilt $f''(x) < 0$ für alle $x \in I$, so ist f auf I rechtsgekrümmt. Bestimmen Sie das Intervall, in dem die Funktion f linksgekrümmt ist: a) $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x$ $I =$ b) $f(x) = x + \frac{4}{x}$ $I =$</p>	<p>(3) <input type="checkbox"/> (3) <input type="checkbox"/></p>
<p>4) Extrem- und Sattelpunkte Berechnen Sie die Extrem- und Sattelpunkte: (1) $f(x) = x^3 - 3x^2$ (2) $f(x) = \frac{3}{a}x^4 - 8x^3, a > 0$ (3) $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ HP: TP: TP: SP: TP:</p>	<p>(4) <input type="checkbox"/> (4) <input type="checkbox"/> (4) <input type="checkbox"/></p>
<p>5) Wendepunkte Untersuchen Sie die Funktionen auf das Vorliegen von Wendepunkten: (1) $f(x) = \frac{1}{30}x^4 - \frac{4}{5}x^2$ (2) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{x}$ (3) $f(x) = ax^3 - 4x^2, a > 0$ WP₁: WP₂: WP: WP:</p>	<p>(3) <input type="checkbox"/> (3) <input type="checkbox"/> (3) <input type="checkbox"/></p>
<p>6) Funktionsuntersuchungen Untersuchen Sie die Funktionen auf Symmetrie, Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte: a) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x$ b) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$</p>	<p>(4) <input type="checkbox"/> (4) <input type="checkbox"/></p>
<p>7) Kurvenuntersuchung realer Prozesse Die Konzentration (in $\mu g/ml$) eines Medikamentes im Blut wird durch die Funktion $c(t) = t^3 - 18t^2 + 81t$ (t: Zeit in h) beschrieben. $t =$ Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Konzentration am schnellsten abnimmt.</p>	<p>(5) <input type="checkbox"/></p>
<p>8) Extremalprobleme lösen Bearbeiten Sie Aufgabe Nr. 3 auf Seite 194. P(/)</p>	<p>(5) <input type="checkbox"/></p>
<p>9) Rekonstruktion von Funktionen Bearbeiten Sie Aufgabe Nr. 3 auf S. 183 $f(x) =$ und Nr. 5 auf Seite 194. a) $f(x) =$ b) $t(x) =$</p>	<p>(5) <input type="checkbox"/> (6) <input type="checkbox"/></p>